

Apêndice B: o valor de π

O valor aproximado de π pode ser computado comparando-se o número de pontos aleatoriamente distribuídos sobre um quadrado com o número de pontos aleatoriamente distribuídos sobre um círculo inscrito nele. A precisão com que o valor de π pode ser calculado cresce com o número de pontos utilizados.

Considere um círculo de raio R e área $A_c = \pi R^2$. O quadrado em que está inscrito terá lado $L = 2R$ e área $A_q = L^2 = 4R^2$. A razão entre as áreas é $A_c/A_q = \pi R^2/4R^2 = \pi/4$ e portanto $\pi = 4(A_c/A_q)$. Se os pontos estão distribuídos uniformemente sobre as áreas, o número de pontos dentro das figuras é proporcional a suas áreas, ou seja $A_c/A_q = N_c/N_q$ e $\pi = 4(N_c/N_q)$, onde N_c e N_q são o número de pontos sobre o círculo e sobre o quadrado, respectivamente.

O script abaixo determina o valor aproximado de π sorteando valores para as coordenadas x e y entre -1 e 1 . Pontos com coordenadas entre -1 e 1 estão necessariamente dentro do quadrado, mas só estarão também dentro do círculo se sua distância até a origem, dada por $d = (x^2 + y^2)^{1/2}$, for menor do que o raio do círculo.

Listagem:

```
<table width='550'>
<tr>
<td>

<div align="center">
1 <input type="range" id="freqRng"
min="1" max="100" value="50"
onClick="atualiza()" > 100<br>
<span id="freqVal"></span> pts/s
</div>

<div align="left">
<br>
N<sub>pts</sub> = <span id="npts"></span> <br>
 $\pi$ <sub>calc</sub> = <span id="picalc"></span> <br>
 $\pi$ <sub>real</sub> = <span id="pireal"></span> <br>
Erro = <span id="piero"></span>% <br>
</div>

<div align="center" style="margin-top:1em">
<input type="button" value=" ZERA " onClick="zera()" />

```

```

</div>

</td>
<td width="210">
  <div align="center">
    <canvas id='cnvPI' style='border: 1px solid;'
      width='200' height='200'></canvas>
  </div>
</td>
</tr>
</table>

<script>
var xmin = -1, xmax = +1, ymin = -1, ymax = +1;
var cnvPI = document.getElementById("cnvPI");
var ctxPI = cnvPI.getContext("2d");
var m11 = cnvPI.width/(xmax-xmin);
var m12 = 0;
var m21 = 0;
var m22 = cnvPI.height/(ymin-ymax);
var dx = cnvPI.width/2;
var dy = cnvPI.height/2;
var rpixPI = (xmax-xmin)/cnvPI.width;
ctxPI.setTransform(m11,m12,m21,m22,dx,dy);
ctxPI.lineWidth = rpixPI;
ctxPI.beginPath();
ctxPI.arc(0,0,1,0,2*Math.PI,true);
ctxPI.stroke();
document.getElementById("pireal").innerHTML = Math.PI;
var freq = parseInt(document.getElementById("freqRng").value);
var dtPI = parseInt(1000/freq);
document.getElementById("freqVal").innerHTML = freq;
var nQuad = 0;
var nCirc = 0;
var timerPI = setInterval("passo()",dtPI);

function zera() {
  nQuad = 0;
  nCirc = 0;
  document.getElementById("picalc").innerHTML = 0;
  document.getElementById("piero").innerHTML = 0;
  document.getElementById("npts").innerHTML = 0;
  ctxPI.clearRect(-1,-1,2,2);
  ctxPI.beginPath();
  ctxPI.arc(0,0,1,0,2*Math.PI,true);
  ctxPI.stroke();
}

function atualiza() {
  var freq = parseInt(document.getElementById("freqRng").value);
  dtPI = parseInt(1000/freq);
  clearInterval(timerPI);
  timerPI = setInterval("passo()",dtPI);
  document.getElementById("freqVal").innerHTML = freq;
}

function passo() {
  var x = 2 * Math.random() - 1;
  var y = 2 * Math.random() - 1;
  var r = Math.sqrt(x*x + y*y);
  if (r < 1) nCirc++;
  nQuad++;
  ctxPI.beginPath();
  ctxPI.arc(x,y,rpixPI,0,2*Math.PI,true);
  ctxPI.fill();
  var picalc = 4*(nCirc/nQuad);
  document.getElementById("npts").innerHTML = nQuad;
}

```

```
document.getElementById("picalc").innerHTML = picalc;  
document.getElementById("piero").innerHTML =  
    (picalc - Math.PI) / Math.PI * 100;  
}  
</script>
```

Resultado:

1 ————— 100
50 pts/s

$N_{\text{pts}} = 249$

$\pi_{\text{calc}} = 3.0522088353413657$

$\pi_{\text{real}} = 3.141592653589793$

Erro = -2.8451753013329575%

ZERA

