

29 Ajuste de retas

Os coeficientes linear a e angular b que melhor ajustam uma reta $y = a + b \cdot x$ a um conjunto de N pontos $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$ podem ser calculados utilizando o método dos mínimos quadrados com as equações:

$$a = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum x \sum xy}{N \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$b = \frac{N \sum xy - \sum x \sum y}{N \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

onde:

$$\sum x = x_1 + x_2 + \dots + x_N$$

$$(\sum x)^2 = (x_1 + x_2 + \dots + x_N)^2$$

$$\sum y = y_1 + y_2 + \dots + y_N$$

$$\sum xy = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_N y_N$$

$$\sum x^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2$$

O script a seguir implementa o cálculo dos coeficientes da melhor reta que pode ser ajustada com o método dos mínimos quadrados a um conjunto com um número arbitrário de pontos. No corpo do documento, existe um primeiro parágrafo que contém uma caixa de texto e um botão para que o usuário informe com quantos pontos deve ser feito o ajuste. A seguir, são definidas duas divisões vazias. Na primeira delas, será colocada uma tabela com o número apropriado de entradas para que o usuário digite os pontos para o ajuste, através da chamada à função `criaTabelaAjuste()`. Na segunda, será colocado o resultado do ajuste, através da chamada à função `calcCoefsAjuste()`.

A função `criaTabela` cria novos `id`'s para os elementos da tabela e utiliza-os para introduzir caixas de texto dinamicamente no documento. O final do script inicializa o número de pontos e constrói uma tabela com valores arbitrários para que o documento seja carregado com um exemplo inicial.

exemplo-29-1.html

```
<p style="text-align:center">
Entre com o número de pontos:
<input type="text" id="nptsAjuste" size="3" value="">
<input type="button" value="OK" onClick="criaTabelaAjuste()">
</p>

<p>
<div id="output1Ajuste" align="center"></div>
</p>

<p>
<div id="output2Ajuste" align="center"></div>
</p>
</div>

<script>
function calcCoefsAjuste() {

    var str = "";
    var strx = "";
    var stry = "";
    var sumx, sumy, sumxy, sumx2;
    sumx = sumy = sumxy = sumx2 = 0;
    var npts = document.getElementById("nptsAjuste").value;
    for (i=0;i<npts;i++) {
        strx = "x" + i.toFixed(0);
        stry = "y" + i.toFixed(0);
        var x = parseFloat(document.getElementById(strx).value);
        var y = parseFloat(document.getElementById(stry).value);
        sumx += x;
        sumy += y;
        sumxy += x*y;
        sumx2 += x*x;
    }
    var a = (sumy*sumx2 - sumx*sumxy)/(npts*sumx2 - sumx*sumx);
    var b = (npts*sumxy - sumx*sumy)/(npts*sumx2 - sumx*sumx);
    str += "<p style='text-align:center'>";
    str += "<i>y</i> = <i>A</i> + <i>B</i> · <i>x</i><br>";
    str += "<i>A</i> = " + a.toFixed(4) + "<br>";
    str += "<i>B</i> = " + b.toFixed(4);
    str += "</p>"
    document.getElementById("output2Ajuste").innerHTML = str;
}

function criaTabelaAjuste() {

    var str = "";
    var strx = "";
    var stry = "";
    var npts = document.getElementById("nptsAjuste").value;
    str += "<table><tr><th><i>x</i></th><th><i>y</i></th>";
    for (i=0;i<npts;i++) {
        strx = "x" + i.toFixed(0);
        stry = "y" + i.toFixed(0);
        str += "<tr><td>";
```

```

    str += "<input type='text' id='" +strx+ "' size='4' value=''>";
    str += "</td><td>";
    str += "<input type='text' id='" +stry+ "' size='4' value=''>";
    str += "</td></tr>";
    }
    str += "</table>";
    str += "<input type='button' value='OK'
           onClick='calcCoefsAjuste()'>";

    document.getElementById("output1Ajuste").innerHTML = str;
}

document.getElementById("nptsAjuste").value = 3;
criaTabelaAjuste();
document.getElementById("x0").value = 1;
document.getElementById("y0").value = 1;
document.getElementById("x1").value = 2;
document.getElementById("y1").value = 2;
document.getElementById("x2").value = 3;
document.getElementById("y2").value = 3;
calcCoefsAjuste();
</script>

```

Resultado:

Entre com o número de pontos:

| <i>x</i> | <i>y</i> |
|----------|----------|
| 1 | 1 |
| 2 | 2 |
| 3 | 3 |

$y = A + B \cdot x$
 $A = 0.000$
 $B = 1.000$

Exercícios

1. Acrescente ao documento um canvas para apresentar tanto os pontos digitados quanto a reta ajustada.
2. Com este algoritmo de ajuste de retas é possível ajustar modelos exponenciais e de potência a um conjunto de pontos. Considere por exemplo a função:

$$y = a e^{bx}$$

Extraindo o logaritmo dos dois lados desta equação, obtemos:

$$\log y = \log a + bx$$

Se fizermos:

$$y' = \log y$$

$$A' = \log a$$

$$B' = b$$

$$x' = x$$

A equação acima pode ser vista como a equação de uma reta:

$$y' = A' + Bx'$$

Modifique o script anterior de modo que passe a considerar que o usuário está digitando os valores de x e y para um conjunto de dados que obedece uma lei exponencial do tipo $y = a e^{bx}$ e retorne os coeficientes a e b deste modelo.

3. Exatamente o mesmo raciocínio pode ser feito para funções potência do tipo $y = axb$ (aplique o log dos dois lados e procure identificar os termos de modo a conseguir a equação de uma reta). Modifique o script de modo que passe a considerar que o usuário está digitando valores para um conjunto de dados deste tipo e retorne os coeficientes apropriados.