24 Energia da radiação

A energia de uma radiação ionizante, como os raios gama emitidos por fontes radioativas, pode ser medida com o uso de sistemas de deteção especializados conhecidos como espectrômetros de fótons.

Os espectrômetros consistem essencialmente de três componentes: (i) um *cintilador*, que absorve os fótons de alta energia e emite fótons de baixa energia, mais facilmente detetáveis; (ii) um *fototubo*, que converte os fótons de baixa energia emitidos pelo cintilador em um fluxo intenso de elétrons proporcional à energia dos fótons incidentes; e (iii) um *analisador de altura de pulso*, que mede e registra o fluxo de elétrons proveniente do fototubo e, em geral, está integrado a um computador.

Os processos que ocorrem no cintilador e no fototubo são sujeitos a flutuações estatísticas que dependem de diversos fatores, levando a uma dispersão na energia da radiação emitida, o que define a *resolução* do sistema de deteção. Em outras palavras, apesar dos fótons emitidos pela fonte radioativa terem uma energia muito bem definida, a energia medida varia em torno de um valor médio em geral segundo uma distribuição uniforme ou gaussiana. A largura da distribuição está relacionada à resolução do sistema.

Para simular um sistema como este, é preciso dispor de um gerador de números aleatórios que obedeçam uma distribuição gaussiana. Uma distribuição gaussiana de média zero e largura unitária é definida como:

$$p(y) = (1/2\pi)^{1/2}\, e^{-y^2/2} dy$$

Um gerador de números aleatórios que obedeçam a distribuição acima pode ser construído utilizando o método geral descrito no capítulo anterior. Entretanto, uma transformação matemática, o método de Box-Muller (veja *Numerical Recipes*, de W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling e B. P. Flannery, da Cambridge University Press), possibilita a construção de um gerador muito eficiente. Essa tranformação faz com que dois números aleatórios y_1 e y_2 que obedecem a distribuição gaussiana possam ser gerados a partir de dois números aleatórios x_1 e x_2 que obedecem uma distribuição uniforme, segundo as equações:

$$y_1 = [-2 \ln x_1]^{1/2} \cos 2\pi x_2$$

$$y_2 = [-2 \ln x_1]^{1/2} \text{ sen } 2\pi x_2$$

O script a seguir implementa este gerador como um objeto e o utiliza para simular a deteção da radiação emitida por uma fonte com emissões com energias de 93 keV e 185 keV. As emissões têm a mesma intensidade (a área sob os picos é a mesma) e a mesma largura relativa (10%).

exemplo-24-1.html

```
<script>
// Gerador de números aleatórios - gaussiana
// construtor
function GAUSSRAND(media,largura) {
   this.media = media;
   this.largura = largura;
   this.set = 0;
   this.outro = 0;
}

// método que calcula dois números, devolve um e
// guarda o outro para a próxima chamada
GAUSSRAND.prototype.random = function() {
   var v1, v2, R;
      if (this.set==0) {
         do {
            v1 = 2 * Math.random() - 1;
            v2 = 2 * Math.random() - 1;
            R = v1*v1 + v2*v2;
         } while ((R>=1)||(R==0));
         var tmp = Math.sqrt(-2*Math.log(R)/R);
         this.outro = v1 * tmp * this.largura + this.media;
         this.set = 1;
         return v2 * tmp * this.largura + this.media;
      }
      else {
         this.set = 0;
         return this.outro;
      }
}

var xmin = 0;
var xmax = 300;
var ncan = 30;
var dx = (xmax-xmin)/ncan;
var dist = new Array(ncan);
for (i=0;i<ncan;i++) dist[i] = 0;

var gRand1 = new GAUSSRAND(93,9.3);
var gRand2 = new GAUSSRAND(185,18.5);

var npts = 1000;
var x;
for (i=0;i<npts;i++) {
   // Pico de 93 keV
   x = gRand1.random();
   for (n=0;n<ncan;n++) {
      if ((x>(xmin+n*dx))&&(x<(xmin+(n+1)*dx))) {
         dist[n]++;
         break;
      }
   }
```

```
    // Pico de 185 keV
    x = gRand2.random();
    for (n=0;n<ncan;n++) {
       if ((x>(xmin+n*dx))&&(x<(xmin+(n+1)*dx))) {
          dist[n]++;
          break;
       }
    }
}

// Faz o gráfico da variável dist em modo texto
// Números na escala. Encontra o maior para usar
// a informação mais adiante, no alinhamento dos nros.
var label = new Array(ncan);
var maxlength = 0;
for (i=0;i<ncan;i++) {
   label[i] = (xmin+i*dx).toFixed(1);
   if (label[i].length>maxlength) maxlength = label[i].length;
}

// Acha o máximo da distribuição e faz com que
// seja representado por 50 asteriscos
var max = 0;
for (n=0;n<ncan;n++)
   if (dist[n]>max) max = dist[n];
var dy = max/50;

document.write("<pre style='font-size:8pt'>");

for (i=0;i<ncan;i++) {
   var nast = Math.round(dist[i]/dy);
   var str = "";
   // preenche de brancos à esquerda do número qdo necessário
   for (j=0;j<(maxlength-label[i].length);j++) str += " ";
   str += label[i] + "  ";
   for (n=0;n<nast;n++) str += "*";
   str += " " + dist[i] + "<br>";
   document.write(str);
}

document.write("</pre>");
</script>
```

Resultado:

```
  0.0   0
 10.0   0
 20.0   0
 30.0   0
 40.0   0
 50.0   0
 60.0  * 6
 70.0  ****** 48
 80.0  ********************************** 289
 90.0  ************************************************** 427
100.0  ********************** 189
110.0  ***** 40
120.0   2
130.0   3
140.0  ** 19
150.0  ******* 62
160.0  ************* 107
170.0  ********************* 181
180.0  ***************************** 243
```

```
190.0  ******************** 173
200.0  ************** 123
210.0  ******* 57
220.0  ** 17
230.0  ** 14
240.0   0
250.0   0
260.0   0
270.0   0
280.0   0
290.0   0
```

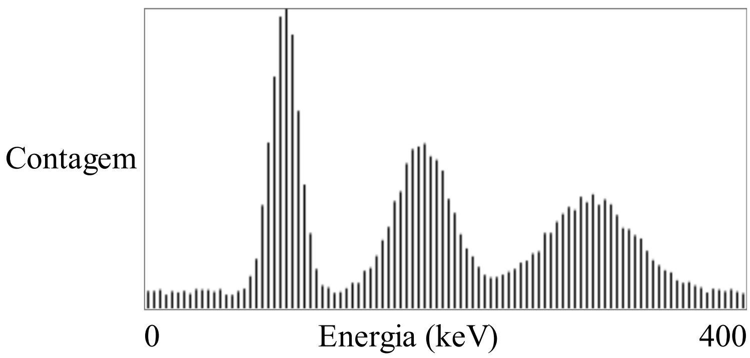
O construtor do gerador tem as propriedades `media` e `largura` para guardar os dois parâmetros que definem a média e a largura da gaussiana, passados como argumentos no momento em que o objeto é instanciado e que serão utilizados pelo método `random()` para gerar os números aleatórios. Quando este método é chamado, a propriedade `set` é verificada. Se for falsa (0), dois números números aleatórios são produzidos; um deles é guardado na propriedade `this.outro` e o outro é retornado. Além disso, a propriedade `this.set` é feita verdadeira (1), de modo que, na verificação da chamada seguinte, o método não gere novos números mas retorne o que está guardado, colocando novamente para falso a propriedade `this.set`.

O que se segue é extremamente parecido com o que foi feito no script do capítulo anterior, de modo a produzir uma distribuição dos números gerados no modo texto, exceto pelos valores das constantes e pela criação das instâncias `gRand1` e `gRand2` do objeto `GAUSSRAND`. Note que, como a largura foi definida em termos relativos e ambos têm a mesma intensidade, o primeiro pico é alto e estreito, enquanto o segundo é baixo e largo.

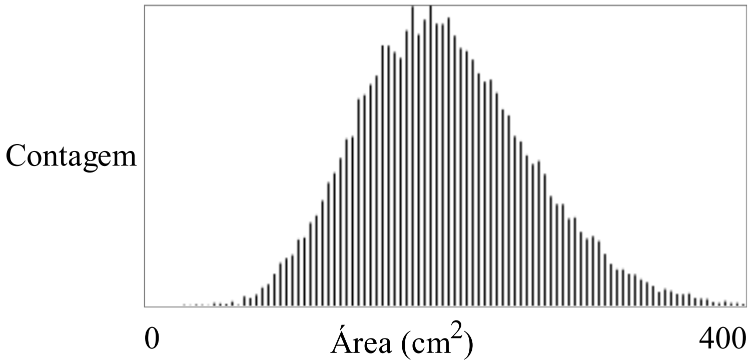
Exercícios

1. O exemplo acima utiliza novamente o modo texto para apresentar a distribuição. Modifique o script para que ela seja apresentada em um canvas, de preferência utilizando o objeto de histogramação sugerido no capítulo sobre objetos.

2. Modifique o script para incluir no espectro simulado mais uma linha de 296 keV e mesma resolução (10%) e intensidade, e um fundo uniforme em todo o espectro.

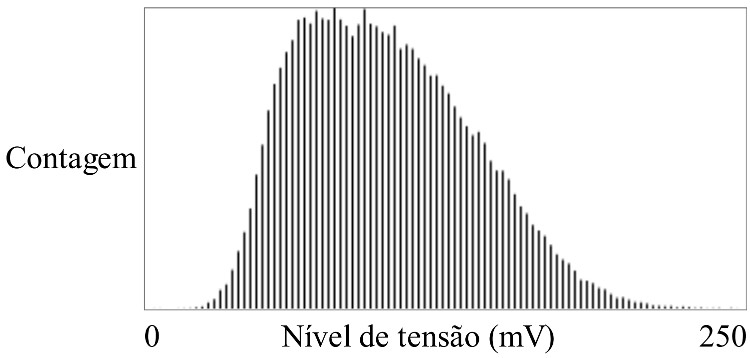


3. Um determinado processo industrial produz placas metálicas retangulares de largura a = 10 cm e comprimento b = 20 cm. O processo é tal que há uma flutuação estatística gaussiana com largura de 20% em ambas as direções. Faça um script que mostre a distribuição dos valores das áreas das placas produzidas.



4. Ainda com relação ao exercício anterior, qual a fração de peças produzidas com área maior que 200 cm^2? *Resposta:* 47% (note que a distribuição é levemente assimétrica).

5. Um determinado sistema responde a estímulos emitindo um pulso cujo nível de tensão pode estar entre 25 e 75 milivolts com uma probabilidade uniforme. Este sinal alimenta um segundo sistema, que responde emitindo um pulso que, em média, tem o dobro do nível de tensão do pulso incidente e uma flutuação estatística gaussiana com 20% de largura. Qual a distribuição dos níveis de tensão dos pulsos emitidos pelo segundo sistema?



Neste problema, cada número aleatório uniforme gerado no primeiro processo vai definir uma média e uma largura para um novo gerador de números aleatórios gaussiano. Desse modo, para uma simulação de 10000 eventos serão criados 10000 novos geradores objetos `GAUSSRAND`; cada um será utilizado apenas uma vez. Para que esses objetos não "entulhem" a memória, apague o objeto utilizando o comando `delete` após obter o número aleatório:

```
for (var i=0;i<N;i++) {
   ...
   var gRand = new GAUSSRAND(...);
   var gNum  = gRand.random();
   delete gRand;
   ...
}
```

6. Ainda com relação ao exercício anterior, qual o valor médio dos níveis de tensão dos pulsos produzidos pelo segundo sistema? *Resposta:* 100 mV. Qual o nível de tensão detetado com maior probabilidade (o canal correspondente ao máximo da

distribuição)? *Resposta:* cerca de 78 mV.

7. Em alguns campos de pesquisa, a resolução é definida como a largura total à meia altura de uma distribuição (ou FWHM, do inglês *full width at half maximum*). Encontre a relação entre o parâmetro `largura` passado ao construtor do objeto `GAUSSRAND` e a largura à meia altura da distribuição gerada. *Resposta:* 2.35.